

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

лицей № 7 г. Солнечногорска

141500, Московская область,  
г. Солнечногорск, ул. Почтовая, д.9

тел./факс 8-496-2- 64-59-58  
e-mail: [sunschool.7@mail.ru](mailto:sunschool.7@mail.ru)

***Разработка урока по алгебре***  
***по теме: «Сумма бесконечной геометрической***  
***прогрессии при  $|q| < 1$ »***  
***9 класс***

учитель математики

МБОУ лицей №7 г.Солнечногорска

Сидорова Ирина Юрьевна

2018-2019 учебный год

# *Сумма бесконечной геометрической прогрессии при $|q| < 1$ .*

## **Цели урока:**

*Образовательные:* закрепить навыки решения задач по нахождению суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессии; ввести понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии; вывести формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, сформировать умение в её применении.

*Развивающие:* развивать познавательные процессы, память, воображение, мышление, сообразительность, речь учащихся.

*Воспитательные:* повысить интерес к решению нестандартных задач, сформировать положительный мотив учения.

**Тип урока:** урок изучения и закрепления полученных знаний.

## **Ход урока**

### **I. Организационный момент**

### **II. Проверка домашнего задания.**

- 1) Проверка основных формул, связанных с арифметической и геометрической прогрессиями. Два ученика готовят записи формул у доски.
- 2) Фронтальный опрос: Какая последовательность называется арифметической прогрессией? Что называется разностью арифметической прогрессии? Какая последовательность называется геометрической прогрессией? Что называется знаменателем геометрической прогрессии? Проверка формул на доске.
- 3) Математический диктант по теме «Формулы суммы».

### **Задания:**

**№1.** Найдите сумму первых пяти членов арифметической прогрессии, если её первый член равен 6 (1-й вариант), -20 (2-й вариант), а пятый член -6 (1-й вариант), 20 (2-й вариант).

**№2.** Найдите сумму первых пяти членов арифметической прогрессии, если её первый член равен -20(1-й вариант), 6 (2-й вариант), а разность равна 10(1-й вариант), -3(2-й вариант).

**№3.** Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, если её первый член равен 1(1-й вариант), -1 (2-й вариант), а знаменатель равен -2(1-й вариант), 2(2-й вариант).

По окончании диктанта, выборочно, у двоих учеников работы проверяются на оценку, остальные выполняют проверку в парах. Затем ответы сверяем с ответами, записанными на отворотах доски.

Ответы: 1-й вариант №1: 0, №2: 0, №3: 11,

2-й вариант №1: 0, №2: 0, №3: -31.

### III. Изучение нового материала. Решение задач.

Устные упражнения:

укажите знаменатель геометрической прогрессии сравните его модуль с 1:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

$$1; 0,1; 0,01; \dots$$

$$25; -5; 1; \dots$$

$$1; 0,25; \dots$$

Сделайте вывод. Предлагаю учащимся самостоятельно сформулировать определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль ее знаменателя меньше единицы. (Определение записывают в тетрадь)

а) *Задача практического характера.*

Один из учеников, вызванный к доске, должен идти от стола учителя к двери по прямой. Первый шаг он делает длиной 1 м., второй 1/2 м, третий 1/4 м и т. д. так, что длина следующего шага в два раза меньше длины предыдущего. Дойдет ли ученик до двери, если расстояние от стола до двери по прямой 4 м?

(после практического решения задачи делается вывод, что не дойдёт). Возникает вопрос: «А какое расстояние он пройдёт?»

*Актуализация знаний учащихся, подготовка к восприятию нового.*

*Сообщение темы и цели урока.*

В результате мы получили последовательность шагов:  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots; \frac{1}{2^{n-1}}; \dots$

образующих геометрическую прогрессию со знаменателем  $q = \frac{1}{2} < 1$ .

Применяя формулу суммы первых членов геометрической прогрессии

Получим: 
$$S_n = \frac{1\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1\right)}{-\frac{1}{2}} = -2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1\right) = 2, \text{ т. к. } \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow 0, \text{ при } n \rightarrow \infty$$

б) Вывод формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Записать определение. *Суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии* называют число, к которому стремится сумма её первых  $n$  членов при  $n \rightarrow \infty$ . Теперь получим формулу, с помощью которой будем вычислять сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Рассмотрим формулу  $n$  первых членов геометрической прогрессии.

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, \quad S_n = \frac{b_1}{1-q} - \frac{b_1}{1-q} \cdot q^n.$$

$$|q| < 1, \quad q^n \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad \frac{b_1}{1-q} \cdot q^n \rightarrow 0$$

$$S = \frac{b_1}{1-q}, \quad |q| < 1$$

*Тренировочные упражнения.*

Задача №1. Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии с первым членом 3, вторым 0,3.

Решение:

$$b_1 = 3; b_2 = 0,3; S = ?$$

$$S = \frac{b_1}{1-q} \quad q = \frac{0,3}{3} = \frac{1}{10} = 0,1 \quad S = \frac{3}{0,9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$$

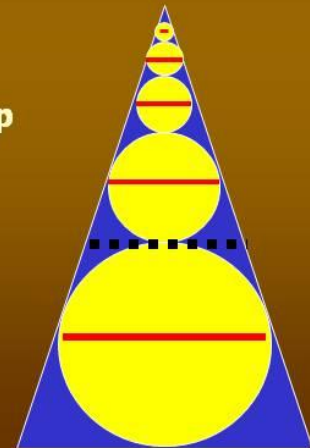
Задача №2.

## Сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии:



**Задача:** В равнобедренный треугольник вписан круг. В пространство под ним второй круг, касающийся первого и боковых сторон треугольника. В пространство над вторым – третий. Так весь угол при вершине треугольника заполняется последовательностью окружностей всё меньшего радиуса. Их число не ограничено.

Если провести горизонталь между первыми двумя кругами, она отсечёт от треугольника ему подобный. По законам подобия – диаметр второго кружка так относится к диаметру первого, как диаметр третьего к диаметру второго и так далее. Это постоянное отношение меньше единицы. Диаметры кругов образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию.

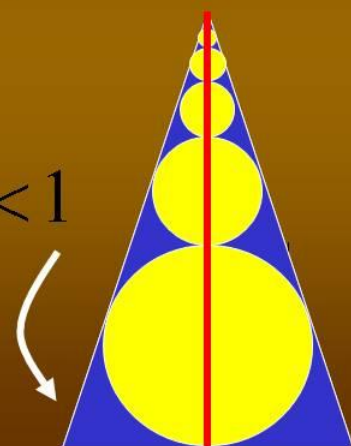


**Можно ли найти сумму данных диаметров?**

Повернём все круги так, чтобы их диаметры стали вертикальными. Бесконечная сумма оказалась равна вполне конечной величине – высоте треугольника.

Формула суммы бесконечной убывающей геометрической прогрессии:

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, \text{ если } |q| < 1$$



**Физкультминутка.** Упражнения для снятия зрительного утомления

1. Зажмурить глаза. Открыть глаза (5 раз).
2. Круговые движения глазами. Головой не вращать (10 раз).
3. Не поворачивая головы, отвести глаза как можно дальше влево. Не моргать. Посмотреть прямо. Несколько раз моргнуть. Закрыть глаза и отдохнуть. То же самое вправо (2-3 раза).
4. Смотреть на какой-либо предмет, находящийся перед собой, и поворачивать голову вправо и влево, не отрывая взгляда от этого предмета (2-3 раза).
5. Смотреть в окно вдаль в течение 1 минуты.
6. Поморгать 10-15 с. Отдохнуть, закрыв глаза.

Пользуясь формулой суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии, можно записывать бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной дроби.

Задача

Записать бесконечную периодическую десятичную дробь  $0,(5)$  в виде обыкновенной дроби.

1-й способ. Пусть  $x=0,(5)=0,555\dots \cdot 10$       2-й способ.  $0,(5)=0,555\dots =$

$$10x = 5,555\dots$$

$$10x = 5 + 0,555\dots$$

$$10x - x = 5$$

$$9x = 5$$

$$x = 5/9$$

Ответ:  $0,(5) = 5/9$ .

$$\frac{5}{10} + \frac{5}{100} + \frac{5}{1000} + \dots =$$

$$= \frac{5}{10} + \frac{5}{100^2} + \frac{5}{100^3} + \dots - \text{бесконечно}$$

убывающая геометрическая прогрессия.

$$q = \frac{1}{10}; \quad b_1 = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$0,(5) = S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,5}{1-0,1} = \frac{0,5}{0,9} = \frac{5}{9}$$

Ответ:  $0,(5) = 5/9$ .

Задача

Записать бесконечную периодическую десятичную дробь  $0,(12)$  в виде обыкновенной дроби.

$$0,(12) = \frac{12}{100} + \frac{12}{10000} + \dots; \quad q = \frac{1}{100}; \quad b_1 = 0,12; \quad S = \frac{0,12}{1-0,01} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

Ответ:  $0,(12) = 4/33$ .

**IV. Самостоятельная работа** на закрепление материала с последующей проверкой.

Уровень А:

Представьте бесконечную десятичную дробь  $0,(3)$  в виде обыкновенной. Ответ:  $1/3$ .

Уровень В:

Представьте бесконечную десятичную дробь  $0,(18)$  в виде обыкновенной. Ответ:  $\frac{2}{11}$ .

Уровень С:

Представьте бесконечную десятичную дробь  $0,4(6)$  в виде обыкновенной. Ответ:  $\frac{7}{15}$ .

## V. Итоги урока. Рефлексия

*Домашнее задание:*

1. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии 24, 12, 6, .....
2. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную дробь  $0,(27)$ .
3. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную дробь  $0,5(6)$ .

Повторить весь изученный материал и подготовиться к контрольной работе, просмотрев по тетрадям решение задач.

*Рефлексия* - Оцените свою работу на уроке.

1. С какой последовательностью сегодня познакомились?
2. Дайте определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
3. Как доказать, что геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей?
4. Назовите формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Спасибо за урок!

